

# Gaslovene

SH

ver. 1.4

## Indhold

<b>1</b>	<b>Hvad er en gas?</b>	<b>2</b>
1.1	Fysiske størrelser . . . . .	2
1.2	Gasligninger . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Forsøgene</b>	<b>3</b>
2.1	Boyle–Mariottes lov . . . . .	4
2.1.1	Konklusioner . . . . .	4
2.2	Gay–Lussacs lov . . . . .	4
2.2.1	Konklusioner . . . . .	5
2.3	Charles’ lov . . . . .	5
2.3.1	Konklusioner . . . . .	6
2.4	Bestemmelse af $n$ . . . . .	6
2.5	Sammenhængen mellem $p$ og $n$ . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Flere konklusioner</b>	<b>7</b>
3.1	Det absolutte nulpunkt . . . . .	7
3.2	Et bevis . . . . .	7
3.3	Naturen er ikke tilfældig . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Rapporterne</b>	<b>8</b>
<b>5</b>	<b>Opgaver og øvelser</b>	<b>9</b>
5.1	Kraft og tryk . . . . .	9
5.2	psi . . . . .	9
5.3	Boyle–Mariottes lov . . . . .	9
5.4	Gay–Lussac’s lov . . . . .	10
5.5	Charles’ lov . . . . .	10
5.6	Oppumpning af et bildæk . . . . .	10
5.7	Om at forstå Boyle–Mariottes lov . . . . .	10
5.8	Röntgen-rør . . . . .	11
5.9	Massen af luften i klasselokalet . . . . .	11
5.10	Gennemfør et bevis . . . . .	11
5.11	Gaskonstanten . . . . .	11

# 1 Hvad er en gas?

I disse forsøg skal vi undersøge en gas. Gas kan være noget der lukkes ud af flasker eller tappes fra naturgas-nettet, men i fysik er en gas helt generelt stof som er i gasfasen, således er den almindelige "luft" omkring os en gas. Derfor kan vi godt undersøge en gas ved at lave forsøg med blot den almindelige luft.

## 1.1 Fysiske størrelser

Vi arbejder med en almindelig medicinsk sprøjte der kan lukkes der hvor lægen ville anbringe kanylen, en badevægt og en kogekedel. På sprøjten kan vi aflæse volumen, med badevægten kan vi finde trykket og med kogekedlen kan vi variere temperaturen.

Når man har med gasser at gøre, kan man vælge at se på disse 4 størrelser:

**p** — trykket, som måles i kraft ( $F$ ) per arealenhed ( $A$ ). Denne måde at måle tryk på er indlysende nok: i et dæk med højt tryk presser luften (= luftens kraft  $F$ ) mere på hver kvadratcentimeter ( $A$ ) end den gør i et dæk med lavt tryk.  $F$  måles i N (Newton) og  $A$  i  $\text{m}^2$  så vi får

$$[p] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa} \quad (1)$$

hvor Pa er en forkortelse for Pascal. Den vægt man aflæser på en badevægt, omregnes til kraft  $F$  ved at sige  $F = m \cdot g$  hvor  $m$  er den aflæste vægt (masse) og  $g$  er tyngdeacceleration ( $9,8 \text{ m/s}^2$ ). Det areal  $A$  som interesserer os, er stemplets areal inde i sprøjten. Det finder man således

$$A = \pi r^2 \quad (2)$$

Hver gang vi taler om trykket i en beholder, må vi regne med at der til det tryk vi måler, skal lægges det almindelige atmosfæriske tryk, det har en normalværdi på  $1,01325 \cdot 10^5$  Pa, men den er kun udtryk for et gennemsnit. Det er dette tryk meteorologerne taler om, når de siger at lufttrykket er højt eller lavt. Hvis vi skal arbejde med større præcision, bør vi hver dag aflæse lufttrykket i laboratoriet og bruge denne værdi når vi regner på forsøgsresultaterne fra denne dag.

Man kan også finde andre enheder på tryk. De hænger således sammen

$$\begin{aligned} 1 \text{ atm (osfære)} &= 760 \text{ mm Hg (kviksølv)} \\ &= 1,01325 \text{ bar} = 101.325 \text{ Pa} \end{aligned}$$

**V** — volumen. Vi repeterer at en cylinders volumen er

$$V = \pi r^2 h \quad (3)$$

**n** — stofmængden, som oplyser hvor mange mol af gassen vi undersøger. Vi repeterer at  $1 \text{ mol} = 6,02 \cdot 10^{23}$ . En gasmængde af størrelsen 1 mol er således  $6,02 \cdot 10^{23}$  gasmolekyler.

**T** — temperaturen, som vi normalt måler i K (Kelvin).

## 1.2 Gasligninger

Ovenfor er omtalt fire variable størrelser for en gas ( $p$ ,  $V$ ,  $n$  og  $T$ ). I de første to forsøg bruger vi en indespærret gasmængde, dvs. at  $n$  er konstant. I dette tilfælde kan vi se bort fra  $n$  og bruge denne mere enkle ligning:

$$\frac{p \cdot V}{T} = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} \quad (4)$$

Denne ligning betyder at vi har en begyndelsestilstand hvor trykket er  $p_0$ , rumfanget  $V_0$  og temperaturen  $T_0$ . Så ændrer vi på en, to eller tre af størrelserne, og da viser det sig at den brøk der indgår i ligningen, giver samme resultat som før. I praksis blev gaslovene formuleret af forskellige personer der fastlåste en af størrelserne for at undersøge de to andre.

Hvis vi også ændrer på stofmængden, dvs. vi lukker gas ind eller ud af vores beholder under forsøget, bliver vores formel lidt mere kompliceret. Så har vi nemlig *idealgasligningen*:

$$pV = nRT \quad (5)$$

hvor  $R$  er gaskonstanten. Dens størrelse afhænger af hvilke enheder vi bruger — bruger man SI-enhederne, er den  $8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ . Disse formler vil vi undersøge i denne øvelse.

## 2 Forsøgene

I disse forsøg ser vi på hvad der sker når vi varierer disse størrelser. Forsøgene er bygget op på denne måde.

- En beskrivelse af de forsøg I skal udføre, med oplysninger om hvilke størrelser I skal notere.
- Et afsnit om hvordan resultaterne skal bearbejdes og præsenteres, og om hvad der kan konkluderes.
- Til sidst er der et afsnit med nogle mere generelle konklusioner.
- Disse noter afsluttes med nogle opgaver.

## 2.1 Boyle–Mariottes lov

I dette forsøg holder vi  $T$  konstant mens vi varierer  $p$  og  $V$ . Åbn ventilen og luk 60 mL luft ind i sprøjten (man skal skrue godt op for skruen, trykke den lidt ind, anbringe stemplet ud for 60, vente lidt og så lukke skruen omhyggeligt igen). Nu anbringes et træstykke omkring sprøjten og den presses ned mod en badevægt. Aflæs badevægten når stemplet står ved 60, 50, 40, 30, 20 og 10 mL stregerne.

Lad et regneark regne videre på resultaterne således:

$V/\text{mL}$	$\frac{1}{V}/\frac{1}{\text{mL}}$	aflæsning af vægt/kg	$p/\text{Pa}$	$p \cdot V/\text{Pa} \cdot \text{mL}$
60				
50				
40				
30				
20				
10				

— husk at addere lufttrykket til gassens tryk.

Herefter kan regnearket også nemt lave disse to grafer:  $p$  i Pa som funktion af  $V/\text{mL}$  og  $p$  i Pa som funktion af  $\frac{1}{V}/\frac{1}{\text{mL}}$  (dvs.  $p$  op ad  $y$ -aksen, størrelserne hvor  $V$  indgår ud ad  $x$ -aksen).

### 2.1.1 Konklusioner

Hvordan er forholdet mellem  $p$  og  $V$  ved konstant temperatur? I fysikken formulerer man Boyle–Mariottes lov således:

$$p \cdot V = K \quad (6)$$

Forklar med egne ord hvordan dine resultater muligvis bekræfter dette udtryk.

## 2.2 Gay–Lussacs lov

I dette forsøg holder vi  $p$  konstant mens vi varierer  $V$  og  $T$ . Åbn ventilen og luk 30 mL luft ind i sprøjten. Nu anbringes sprøjten i en EL-kedel med koldt vand. Aflæs med et termometer vandets temperatur. Vrik forsigtigt med stemplet så det indstiller sig og aflæs  $V$ . Nu tændes EL-kedelen, vent til temperaturen er steget fx 10 grader, aflæs temperaturen, vrik lidt med stemplet og aflæs igen  $V$ . Sådan fortsætter man indtil vandet er tæt ved kogepunktet.

Udfyld et skema således, evt. i et regneark så du også nemt kan få lavet grafer:

$V/\text{mL}$	$t/^\circ\text{C}$	$T/\text{K}$	$\frac{V}{T}/\frac{\text{mL}}{\text{K}}$

Herefter kan regnearket lave denne graf:  $V$  i mL som funktion af  $t$  i  $^\circ\text{C}$ .

### 2.2.1 Konklusioner

Hvordan er forholdet mellem  $V$  og  $T$  ved konstant temperatur? I fysikken formulerer man Gay-Lussacs lov således:

$$\frac{V}{T} = K \tag{7}$$

Forklar med egne ord hvordan dine resultater muligvis bekræfter dette udtryk.

## 2.3 Charles' lov

Den sidste af de tre store gaslove hedder Charles' lov. Den gælder for en idealgas ved konstant  $V$ . Dvs. nu er det  $p$  og  $T$  der er variable.

Fordi temperaturen i sprøjten nemt ændrer sig mens man flytter den fra EL-kedelen og presser den ned mod vægten til  $V$  er det samme som ved de andre målinger, kan vi ikke måle trykket på samme måde som ved Boyle-Mariottes lov. Derfor vil vi i stedet prøve at eftervise Charles' lov ved at bruge en datalogger. Dataloggeren er en simpel computer der kan registrere værdier fra flere målere, fx temperatur- og trykmåler, med faste intervaller. Dataloggeren kan forbindes med en pc så man under forsøget på skærmen kan følge resultaterne efterhånden som de registreres. Det vil vi gøre her. Man kan også vente med at forbinde dataloggeren til en pc og så først læse resultater ind efter forsøget. Da dataloggeren har et batteri, gør denne facilitet det muligt at foretage målinger med dataloggeren uden for laboratoriet.

Dette forsøg gennemfører vi først som et fællesforsøg for hele klassen. Hvis nogle senere vil prøve at lave forsøg selv med dataloggeren, er de velkomne til det. Hvis der er ekstra tid en dag, kan man fx eftervise Boyle-Mariottes lov ved at måle trykket med dataloggeren i stedet for med vægten. Læs først de udleverede noter om brug af dataloggeren.

Forsøget gennemføres ved at en glaskolbe lukkes med en gummi-prop med en slange der monteres på trykmåleren til dataloggeren. For at gasmængden virkelig er konstant, skal systemet lukkes helt

tæt, så det er en fordel at fugte prop og slangeenderne før de sættes sammen. Glaskolben anbringes i et vandbad over en kogeplade. I vandbadet lægges en temperaturmåler til dataloggeren. Vi udnytter trykmålerens måleområde bedst hvis trykket i beholderen er lidt under normaltrykket når forsøget begynder. Hvordan kan vi få et lidt lavere tryk i beholderne når forsøget skal begynde?

Nu startes dataloggeren og pc'en. På pc'en kan vi følge  $p$  som funktion af  $T$  på en graf. Vi ser først at begge størrelser er konstante. Herefter tænder vi kogepladen. Vi taler om grafen efterhånden som den tegnes.

Når grafen er færdig, udnytter vi den facilitet i dataloggerens program som lader os tage alle resultaterne ud til eksport til et regneark i Excelformat. Jeg lægger data ud i jeres konference på `fc.aalborghus.dk`, og herefter kan I hente filen til videre bearbejdning i Excel eller StarOffice. I skal selv vælge nogle fornuftige enheder for akserne, eventuelt ved at regne dataloggerens resultater om til andre, mere passende enheder. Det gør man nemmest ved at opstille en søjle ved siden af tallene fra dataloggeren og så have en formel i denne søjle som automatisk regner alle tallene fra dataloggerens søjle om.

### 2.3.1 Konklusioner

Ved forsøg med en datalogger får man nemt store mængder data. Brug alle målinger til at tegne grafen, men du behøver ikke at skrive dem alle i rapporten. På grundlag af grafen skal du formulere Charles' lov matematisk ligesom de to første gaslove. Et tip: Glem alt om  $V$ , den er jo konstant, og husk på hvad I i matematik har lært om ligningen for den graf der (forhåbentlig) kommer på ud af resultatet.

## 2.4 Bestemmelse af $n$

Til dette forsøg skal man bruge sprøjten, en blomsterpind der er så tilpas lang at den kan holde stemplet ude når man har tvunget det ud fra 0 til ca. 50 mL, og en meget præcis vægt.

Først vejes sprøjten med stemplet trykket i bund sammen med blomsterpinden på en meget præcis vægt (kemi har sådan en). Åbn ventilen, træk stemplet ud så blomsterpinden lige kan være mellem sprøjtens cylinder og stemplets håndtag og vej igen.

Stadig med ventilen åben trykkes stemplet i bund, ventilen lukkes, stemplet presses ud så blomsterpinden kan holde det på plads, og sprøjten vejes igen. Udfyld dette skema:

Ventil	$V/\text{mL}$	$m/\text{g}$
åben		
åben		
lukket		

Med disse tal kan du finde luftens massefylde (massefylden er masse per volumenenhed, fx i g/L). Prøv det.

Luftens molarmasse  $M$  er 28,96 g/mol. Hvor mange mol luft var der i den fyldte sprøjte? Hvor mange mol luft er der i 1 mL? (alle tal ved normaltrykket).

Prøv at forklare hvorfor sprøjten vejer mindre når stemplet er tvunget ud med ventilen lukket.

Hvorfor vejer sprøjten ikke mere når stemplet trækkes ud med åben ventil, end den vejer når den blot ligger på vægten med stemplet ved 0 mL? — den fyldes da med luft?

## 2.5 Sammenhængen mellem $p$ og $n$

Ved dette forsøg holdes  $V$  og  $T$  konstante mens  $p$  og  $n$  varieres. Åbn ventilen, fyld sprøjten til 20 mL og pres den ned mod vægten til 10 mL. Aflæs vægten. Dette gentages for 30 mL der presses sammen til 10 mL som før, vægten aflæses, så med 40 mL og 50 mL. Ved hjælp af dine resultater fra bestemmelsen af  $n$  kan du nu udfylde dette skema:

$m/\text{kg}$	$p/\text{Pa}$	$V/\text{mL}$ (m. åben ventil)	$n/\text{mol}$

## 3 Flere konklusioner

Disse eksperimenter tillader endnu flere konklusioner end vi har draget indtil nu.

### 3.1 Det absolutte nulpunkt

Forlæng ved Gay–Lussacs forsøg grafen så den skærer temperaturaksen ud for  $V = 0$  mL. Se nu på idealgasligningen (5), hvad er  $T$  i denne situation ( $pV = 0$ )? Hvordan passer denne teoretiske forudsigtelse med dit resultat? Vurdér hvor meget nulpunktet flytter sig ved blot en mindre ændring i dine målepunkter (du kan fx i dit regneark lave lidt om på den største værdi for  $p$  og se hvor meget det betyder for nulpunktet).

### 3.2 Et bevis

Ved hjælp af udtrykkene (6), (7) og (8) kan man vise (4) således:

- Vi begynder med en idealgas med trykket  $p_0$ , rumfanget  $V_0$  og temperaturen  $T_0$ .

- Først holdes rumfanget konstant på  $V_0$ . Imens ændres temperaturen fra  $T_0$  til  $T$ . Af Charles' lov følger da at

$$\frac{p'}{T} = \frac{p_0}{T_0} \Leftrightarrow p' = \frac{p_0}{T_0} \cdot T \quad (8)$$

- Dernæst holder vi temperaturen konstant på  $T$  mens rumfanget ændres fra  $V_0$  til  $V$ ; for denne del af processen gælder Boyle-Mariottes lov:

$$p \cdot V = p' \cdot V_0 \quad (9)$$

- I dette udtryk indsætter vi værdien for  $p'$  og udtrykket divideres igennem med  $T$  så vi får:

$$\frac{p \cdot V}{T} = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} \quad (10)$$

### 3.3 Naturen er ikke tilfældig

Man kan godt overveje lidt dybere hvad der ligger i gaslovene. Denne overvejelse kan give en indsigt i naturen. Vi ser igen på ligningen fra før:

$$\frac{p \cdot V}{T} = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} \quad (11)$$

Hvad siger denne ligningen egentlig? Vi tænker os at vi har en mol af en (ideal)gas. Så siger denne ligning at uanset hvordan vi ændrer på de tre størrelser tryk, rumfang og temperatur, så vil værdien af brøken  $\frac{p \cdot V}{T}$  *altid have samme værdi* fordi størrelserne indretter sig efter hinanden.

Denne erfaring siger noget centralt om naturen: Naturen er velordnet og hænger sammen fordi den altid giver det samme resultat for en størrelse som denne brøk. Og fordi naturen er velordnet og giver konstante resultater, kan man beskrive den med tal, og man kan finde frem til konstanter der siger noget om naturen. En af disse konstanter er netop værdien af  $\frac{p \cdot V}{T}$ . Den skal du senere finde i en af øvelserne.

Idéen om at naturen hænger sammen og kan beskrives med tal, er den idé der adskiller *naturvidenskab* fra magi og overtro. Den stammer fra oldtidens grækere, der beskrev himmelen med geometri (som de ofte brugte hvor vi ville bruge tal) og undersøgte vægtstænger med tal. Siden har idéen gået sin sejrsgang i Europa og derfra til resten af verden. Det er også den idé der ligger bag moderne naturvidenskab.

## 4 Rapporterne

Disse øvelser behandles i to delrapporter:



**De tre store love** Her behandles Boyle-Mariottes lov, Gay-Lussacs lov og Charles' lov.

**$n$ ,  $p$  og  $T = 0$  K** Her behandles forsøgene hvor  $n$  indgår, og hvor vi forsøger at bestemme det absolutte nulpunkt.

Det er under de enkelte forsøg forklaret hvad man skal gøre. Efter fremlæggelsen af data, eventuelle grafer, skal der skrives en konklusion på hvert enkelt forsøg. Den første af de to delrapporter skal afsluttes med en sammenfatning af forholdet mellem de tre centrale størrelser  $p$ ,  $V$  og  $T$ . Den sidste af de to delrapporter skal afsluttes med en sammenfatning af hvad gasforsøgene har vist om sammenhængen i naturen. Hertil kan man få inspiration af afsnittet *Naturen er ikke tilfældig*.

Opgaverne sidst i dette notesæt som vi har har regnet nogle af undervejs, forventer jeg ikke I tager med ind i rapporten. Men hvis du mener at en opgave illustrerer noget af det du skal behandle, er du velkommen til at inddrage den.

Man må gerne aflevere sin rapport som en fil man sender til min adresse på `fc.aalborghus.dk`, men man kan også bare give mig papirerne.

## 5 Opgaver og øvelser

### 5.1 Kraft og tryk

På badevægten aflæser vi 17 kg. Med hvilken kraft påvirker den stemplet? Mål diameteren af sprøjtens stempel, find radius og beregn så trykket i sprøjten. Husk at lægge lufttrykket til tilsidst.

### 5.2 psi

I USA bruger man også enheden pound-force per square inch (“pundkraft per kvadrattomme”). Nu bruges den af og til når man måler trykket i dæk. 1 inch = 2,54 cm og 1 pound = 0,4536 kg. Hvor mange Pa er 1 psi? (Et tip: Vi skal regne om til Pa. Pa er et udtryk for hvor stor kraft i Newton 1 m<sup>2</sup> påvirkes af. Nu finder vi først hvor mange kvadrattommer der går til en m<sup>2</sup>. Når trykket er 1 psi, påvirkes hver af dem med en kraft svarende til den et lod på 0,4536 kg udøver ved jordoverfladen. Hvor stor en kraft er det? Hvor stor en kraft påvirkes hele kvadratmeteren så af?)

### 5.3 Boyle–Mariottes lov

Udfyld de tomme felter i dette skema.

<i>Før processen</i>		<i>Efter processen</i>	
tryk	rumfang	tryk	rumfang
300 mm Hg	20 mL		50 mL
300 mm Hg		250 mm Hg	60 mL
	400 cm <sup>3</sup>	2 atm	150 cm <sup>3</sup>
5 atm	21 mL		200 mL
760 mm Hg	5 m <sup>3</sup>	5 atm	

## 5.4 Gay–Lussac’s lov

Udfyld de tomme felter i dette skema.

<i>Før processen</i>		<i>Efter processen</i>	
rumfang	temperatur	rumfang	temperatur
11 cm <sup>3</sup>	-63°C	5,5 cm <sup>3</sup>	
5 L	292 K		730 K
36 m <sup>3</sup>	1392 K	6 m <sup>3</sup>	
7 mL		21 mL	20°C
	-23°C	48 m <sup>3</sup>	27°C

## 5.5 Charles’ lov

Udfyld de tomme felter i dette skema.

<i>Før processen</i>		<i>Efter processen</i>	
tryk	temperatur	tryk	temperatur
2 atm	19°C	6 atm	
	110 K	11 atm	330 K
720 mm Hg		120 mm Hg	50°C
1,2 atm	27°C		-23°C
4 atm	89°C		178 K

## 5.6 Oppumpning af et bildæk

En dag er barometerstanden 1 atm. Inde i et dæk er trykket 4 atm. Man vil nu pumpe mere luft i dækket med en cylinderformet pumpe. Pumperøret er 1 m langt.

- Hvor langt skal stemplet presses ind før luften begynder at strømme fra pumpen og ind i dækket?
- Stemplet i pumpen har en diameter på 5 cm. Med hvor stor kraft trykkes der på stemplet i dette øjeblik?

## 5.7 Om at forstå Boyle–Mariottes lov

Tænk på en indespærret gas som en sværm af småpartikler der farer rundt mellem hinanden, og som ved deres stadige bombardement af væggene skaber trykket. Kan man “forstå” Boyle–Mariottes lov med dette billede?

## 5.8 Röntgen-rør

I et Röntgen-apparat sidder der et rør med et lavt tryk: Trykket er  $10^{-9}$  atm og temperaturen er  $20^\circ\text{C}$ . Beregn antallet af molekyler per  $\text{cm}^3$  i røret.

## 5.9 Massen af luften i klasselokalet

Dan et skøn over hvor mange  $\text{m}^3$  luft der er i fysiklokalet. Vi antager at trykket er 1 atm og temperaturen  $20^\circ\text{C}$ . Molmassen for atmosfærisk luft er ca. 29 g/mol.

## 5.10 Gennemfør et bevis

Gennemfør selv alle udregninger fra afsnittet **Et bevis**.

## 5.11 Gaskonstanten

Antag at vi har præcis 1 mol af en idealgas, dvs.  $n = 1$  mol. Trykket  $p$  er  $1,01325 \cdot 10^5$  Pa,  $T$  er  $273,15$  K, rumfanget er  $22,4 \cdot 10^{-3}\text{m}^3$ .

- Find værdien af  $\frac{pV}{T}$ .

*Tilstandsligningen* skrives normalt således:

$$pV = nRT \quad (12)$$

- Isolér  $R$  og brug første del af opgaven til at finde  $R$ 's værdi. Husk enhederne.
- Nu hæver vi temperaturen til stuetemperatur  $20$  grader Celsius. Hvor mange Kelvin er det?
- Vi holder trykket konstant og lader rumfanget ændre sig. Hvad bliver det nye rumfang?